

1	2	3	Σ

IME I PREZIME

ALGEBARSKÉ STRUKTURE – drugi kratki test

14. lipnja 2022.

1. Za svaki $k \in \mathbb{N}$ definiramo S_k kao skup svih matrica oblika $\begin{pmatrix} a & kb \\ kb & a \end{pmatrix}$, gdje su $a, b \in \mathbb{Z}$ proizvoljni. Postoji li neki $k \in \mathbb{N}$ takav da je S_k , uz standardne operacije zbrajanja i množenja matrica, komutativan prsten s jedinicom? Ako da, odredite sve takve k -ove.

2. Na prstenu matrica $M_2(\mathbb{Z})$ definirajmo preslikavanje f s vrijednostima u prstenu matrica $M_2(\mathbb{Q})$ ovako:

$$f : M_2(\mathbb{Z}) \rightarrow M_2(\mathbb{Q}), \quad f \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} t & 2z \\ y/2 & x \end{pmatrix}.$$

Je li f homomorfizam prstena s jedinicom? Je li f monomorfizam?

3. Neka je A skup svih cjelobrojnih polinoma $f \in \mathbb{Z}[X]$ takvih da je $f(3/2) = 0$ te da je $f(-1)$ cijeli broj djeljiv s 5. Je li A netrivialan ideal u prstenu $\mathbb{Z}[X]$?

Napomena. Dozvoljeno je korištenje samo pribora za pisanje i brisanje! Pišite ČITKO i PRECIZNO. Rješenje svakog zadatka OBAVEZNO pišite na zasebnom papiru! Na svakom papiru sa rješenjima NAPIŠITE IME i PREZIME!